

**TD n°17 – CORRECTION**  
**TC6 – PROCÉDÉS INDUSTRIELS CONTINUS**

**Correction Exercice TC6-1 : Bilans de matière d'une opération unitaire (\*)**

1.  
**Le débit molaire total ainsi que les débits molaires relatifs au méthanol et à l'eau se conservent car il n'y a pas de réaction chimique dans l'unité.**

2.  
 conservation du débit molaire total :  
 $D_n^e = D_n^{s1} + D_n^{s2}$

3.  
 conservation du débit molaire relatif au méthanol :  
 $D_{n,M}^e = D_{n,M}^{s1} + D_{n,M}^{s2}$   
 avec :  $D_{n,M}^e = x_M^e \cdot D_n^e$  ;  $D_{n,M}^{s1} = x_M^{s1} \cdot D_n^{s1}$  ;  $D_{n,M}^{s2} = x_M^{s2} \cdot D_n^{s2}$   
 on obtient :  
 $x_M^e \cdot D_n^e = x_M^{s1} \cdot D_n^{s1} + x_M^{s2} \cdot D_n^{s2}$

4.  
 On obtient un système de deux équations à deux inconnus ( $D_n^{s1}$  et  $D_n^{s2}$ )  
 $D_n^e = D_n^{s1} + D_n^{s2}$  (\*)  
 $x_M^e \cdot D_n^e = x_M^{s1} \cdot D_n^{s1} + x_M^{s2} \cdot D_n^{s2}$  (\*\*)

On fait  $x_M^{s1} \times (*) - (**)$  :  
 $(x_M^{s1} - x_M^e) \cdot D_n^e = (x_M^{s1} - x_M^{s2}) \cdot D_n^{s2}$   
 on obtient :  $D_n^{s2} = (x_M^{s1} - x_M^e) / (x_M^{s1} - x_M^{s2}) \times D_n^e$   
 $D_n^{s2} = (0,05 - 0,20) / (0,05 - 0,425) \times 10$   
 $D_n^{s2} = 4,0 \text{ mol.s}^{-1}$

$D_n^{s1} = D_n^e - D_n^{s2}$   
 $D_n^{s1} = 10,0 - 4,0$   
 $D_n^{s1} = 6,0 \text{ mol.s}^{-1}$

5.  
 avec  $D_{n,i}^s = x_{n,i}^s \cdot D_n^s$  s étant s1 ou s2

	$x_i^e$	$D_{n,i}^e$	$x_i^{s1}$	$D_{n,i}^{s1}$	$x_i^{s2}$	$D_{n,i}^{s2}$
méthanol	0,20	2,0	0,050	0,30	0,425	1,70
eau	0,80	8,0	0,950	5,70	0,575	2,30

**Correction Exercice TC6-2 : Suite d'opérations unitaires (\*)**

**1.**

Dans l'ordre du texte :

$$\mathbf{D_A = 600 \text{ kg.h}^{-1} \text{ et } w_A = 0,20}$$

$$\mathbf{w_B = 0,50}$$

$$\mathbf{w_C = 0,96 \text{ (4 \% d'eau)}}$$

$$\mathbf{w_F = 0,17}$$

$$\mathbf{w_E = 0,00 \text{ (eau pure)}}$$

**2.**

Évaporateur

$$\text{conservation du débit massique total : } \mathbf{D_A + D_F = D_E + D_B}$$

$$\text{conservation du débit massique en } \text{KNO}_3 : \mathbf{w_A \cdot D_A + w_F \cdot D_F = w_E \cdot D_E + w_B \cdot D_B}$$

Cristalliseur

$$\text{conservation du débit massique total : } \mathbf{D_B = D_C + D_F}$$

$$\text{conservation du débit massique en } \text{KNO}_3 : \mathbf{w_B \cdot D_B = w_C \cdot D_C + w_F \cdot D_F}$$

**3.**

avec  $w_E = 0$ , on simplifie :

$$(1) \quad \mathbf{D_A + D_F = D_E + D_B}$$

$$(2) \quad \mathbf{w_A \cdot D_A + w_F \cdot D_F = w_B \cdot D_B}$$

$$(3) \quad \mathbf{D_B = D_C + D_F}$$

$$(4) \quad \mathbf{w_B \cdot D_B = w_C \cdot D_C + w_F \cdot D_F}$$

$$(2) + (4) \text{ donne } w_A \cdot D_A = w_C \cdot D_C \text{ d'où } \mathbf{D_C = w_A / w_C \times D_A}$$

$$\mathbf{D_C = 125 \text{ kg.h}^{-1}}$$

$$(1) + (3) \text{ donne } \mathbf{D_A = D_E + D_C} \text{ d'où } \mathbf{D_E = D_A - D_C}$$

$$\mathbf{D_E = 475 \text{ kg.h}^{-1}}$$

$$\text{en injectant } D_B \text{ de (3) dans (4) : } \mathbf{w_B \cdot (D_C + D_F) = w_C \cdot D_C + w_F \cdot D_F}$$

$$\mathbf{D_F = D_C \times (w_C - w_B) / (w_B - w_F)}$$

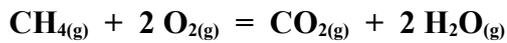
$$\mathbf{D_F = 174 \text{ kg.h}^{-1}}$$

$$(3) \text{ donne } \mathbf{D_B = D_C + D_F}$$

$$\mathbf{D_B = 299 \text{ kg.h}^{-1}}$$

**Correction Exercice TC6-3 : Tableau d'avancement – Calculs de débits molaires (\*)**

1.



2.

mol.h <sup>-1</sup>	$\text{CH}_{4(g)} + 2 \text{O}_{2(g)} = \text{CO}_{2(g)} + 2 \text{H}_2\text{O}_{(g)}$			
entrée	15	35	0	5
sortie	$15 - \dot{\xi}$	$35 - 2 \dot{\xi}$	$\dot{\xi}$	$5 + 2 \dot{\xi}$

$$D_{n,\text{CH}_4}^e/1 < D_{n,\text{O}_2}^e/2$$

**Le réaction limitant est CH<sub>4</sub>.**

3.

$$\alpha = \frac{\dot{\xi}}{\dot{\xi}_{\max}} \text{ avec } \dot{\xi}_{\max} = 15 \text{ mol.h}^{-1} \text{ et } \alpha = 0,80$$

cela donne  $\dot{\xi} = 12 \text{ mol.h}^{-1}$

On obtient en sortie :

$$D_{\text{CH}_4}^s = 3 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$D_{\text{O}_2}^s = 11 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$D_{\text{CO}_2}^s = 12 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$D_{\text{H}_2\text{O}}^s = 29 \text{ mol.h}^{-1}$$

### Correction Exercice TC6-4 : Comparaison du RCPA et du RP pour une réactions d'ordre 2 (\*\*)

1.

Par définition,  $\tau = V/D_v$ .

$$\tau = 750/5 \quad (0,75 \text{ m}^3 = 750 \text{ L})$$

$$\tau = 150 \text{ s}$$

2.

Bilan de matière dans le réacteur entre les instants  $t$  et  $t+dt$  :

$$n_A(t+dt) = n_A(t) + \delta n_A^e - \delta n_A^s + \delta n_A^r$$

$$\text{régime stationnaire : } n_A(t+dt) = n_A(t)$$

$$\delta n_A^e = D_v \cdot [A]^e \cdot dt$$

$$\delta n_A^s = D_v \cdot [A]^s \cdot dt$$

$$\delta n_A^r = -V \cdot v \cdot dt \quad v_A = -1$$

Pour une réaction de type  $SN_2$  :  $v = k \cdot [C_2H_5I] \cdot [HO^-]$

On se place dans la cas de proportions stœchiométriques car  $[C_2H_5I]^e = [HO^-]^e$

d'où  $[C_2H_5I] = [HO^-]$  noté  $[A]$

$$v = k \cdot [A]^2$$

Dans le RCPA,  $[A] = [A]^s$

$$\text{On obtient } k \cdot V \cdot ([A]^s)^2 + D_v \cdot [A]^s = D_v \cdot [A]^e$$

3.

On obtient une équation du 2<sup>e</sup> degré sur  $[A]^s$  :

$$k \cdot V \cdot ([A]^s)^2 + D_v \cdot [A]^s - D_v \cdot [A]^e = 0$$

$$\text{soit } 16,575 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 5 = 0$$

Les deux solutions sont  $x = 0,42$  et  $x = -0,72$ .

Seule la solution positive convient.

$$[A]^s = 0,42 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{à la sortie : } D_v \cdot [A]^e (1 - \alpha) = D_v \cdot [A]^s$$

$$\alpha = 1 - [A]^s / [A]^e$$

$$\alpha = 0,58$$

4.

Bilan de matière dans une couche d'épaisseur  $dx$  entre les instants  $t$  et  $t+dt$  :

$$\delta n_A(t+dt) = \delta n_A(t) + \delta^2 n_A^e - \delta^2 n_A^s + \delta^2 n_A^r$$

$$\text{régime stationnaire : } \delta n_A(t+dt) = \delta n_A(t)$$

$$\delta^2 n_A^e = D_v \cdot [A](x) \cdot dt$$

$$\delta n_A^s = D_v \cdot [A](x+dx) \cdot dt$$

$$\delta n_A^r = -dV \cdot v \cdot dt \quad v_A = -1$$

avec  $v = k \cdot [A]^2$  et  $dV = S \cdot dx$

$$\text{On obtient : } 0 = D_v \cdot [A](x) \cdot dt - D_v \cdot [A](x+dx) \cdot dt - k \cdot S \cdot [A]^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$[A](x+dx) = [A](x) + d[A]$$

$$-D_v \cdot d[A] - k \cdot S \cdot [A]^2 \cdot dx = 0$$

$$-d[A]/[A]^2 = k \cdot S / D_v \cdot dx$$

On intègre entre l'entrée ( $x = 0$  ;  $[A] = [A]^e$ ) et la sortie ( $x = L$  ;  $[A] = [A]^s$ ) :

$$1/[A]^s - 1/[A]^e = k.S.L/D_v$$

$$1/[A]^s - 1/[A]^e = k.V/D_v$$

5.

$$1/[A]^s = 1/[A]^e + k.V/D_v = 1/1 + 2,21.10^{-2} \times 750 / 5$$

$$[A]^s = \mathbf{0,23 \text{ mol.L}^{-1}}$$

$$\alpha = 1 - [A]^s/[A]^e$$

$$\alpha = \mathbf{0,77}$$

6.

Pour des caractéristiques similaires ( $V$ ,  $D_v$  et  $[A]^e$ ), **le réacteur piston est plus efficace** puisqu'il permet d'obtenir un taux de conversion plus élevé que le RCPA.

**Correction Exercice TC6-5 : Comparaison des volumes des réacteurs (\*\*)**

1.

$$\tau = \frac{1}{k} \times \left( \frac{1}{(1-\alpha)^{\frac{1}{n}}} - 1 \right)$$

il vient :  $\frac{1}{(1+k \cdot \tau)} = (1-\alpha)^{\frac{1}{n}}$

$$\ln \left( \frac{1}{(1+k \cdot \tau)} \right) = \frac{1}{n} \cdot \ln(1-\alpha)$$

$$n = \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln \left( \frac{1}{(1+k \cdot \tau)} \right)}$$

$n = 6,8$

**Il faut mettre 7 réacteurs en série afin d'obtenir un taux de conversion supérieur à 80 %.**

2.

Pour un unique RCPA :  $\tau = \frac{1}{k} \times \left( \frac{1}{(1-\alpha)} - 1 \right)$ .

soit  $\tau = V_1/D_v = 75,5$  min

**$V_1 = 755$  L**

Ce volume est plus de **10 fois supérieur au volume des réacteurs série.**

Il est aussi plus de **deux fois plus élevé que le volume total des 7 réacteurs en série.**

3.

Pour le réacteur piston :  $\tau = -\frac{1}{k} \ln(1-\alpha)$ .

soit  $\tau = V_2/D_v = 30,4$  min

**$V_2 = 304$  L**

Ce volume est inférieur au volume total d'une installation de 7 RCPA en série. On retrouve que **le RP est plus performant que le RCPA même en série.**

4.

$$V = \frac{D_v}{k} \times \left( \frac{1}{(1-\alpha)^{\frac{1}{n}}} - 1 \right) = \frac{D_v}{k} \times \left( (1-\alpha)^{-\frac{1}{n}} - 1 \right)$$

$$V = \frac{D_v}{k} \times \left( \exp \left( -\frac{1}{n} \times \ln(1-\alpha) \right) - 1 \right)$$

Quand  $n$  tend vers l'infini ( $-1/n \cdot \ln(1-\alpha)$ ) tend vers 0.

Un développement limité de  $\exp(x)$  en 0 donne  $\exp(x) = 1 + x$ .

Il vient  $V = \frac{D_v}{k} \times \left( 1 - \frac{1}{n} \times \ln(1-\alpha) - 1 \right) = -\frac{D_v}{k} \times \left( \frac{1}{n} \times \ln(1-\alpha) \right)$

$$V_{\text{tot}} = n \times V$$

$$V_{\text{tot}} = -\frac{D_v}{k} \ln(1 - \alpha)$$

**On en déduit qu'une association d'une infinité de RCPA est équivalente à un RP.**

### Exercice TC6-6 : Hydrolyse alcaline de l'acétate d'éthyle (\*\*)

1.

$$D_v = D_{v,A} + D_{v,OH^-}$$
$$D_v = 10,0 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$$

2.

Par conservation de la matière entrante :

$$D_{v,A} \cdot C_A^0 = D_v \cdot [A]^e$$
$$d'où [A]^e = D_{v,A}/D_v \times C_A^0$$

C'est l'équivalent d'une dilution.

$$[A]^e = 0,020 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$
$$[OH^-]^e = 0,90 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

3.

$$v = k \cdot [A]^s \cdot [OH^-]^s \quad \text{ordre 1 vis à vis de chaque réactif}$$
$$[OH^-]^e > 10 \cdot [A]^e$$

donc il y a dégénérescence de l'ordre vis à vis de  $OH^-$

$$[OH^-]^s = [OH^-]^e$$

$$v = k \cdot [A]^s \cdot [OH^-]^e$$
$$v = k_{app} \cdot [A]^s \text{ avec } k_{app} = k \cdot [OH^-]^e$$

4.

Bilan de matière sur A dans le réacteur entre les instants t et t+dt :

$$n_A(t+dt) = n_A(t) + \delta n_A^e - \delta n_A^s + \delta n_A^r$$

régime stationnaire :  $n_A(t+dt) = n_A(t)$

$$\delta n_A^e = D_v \cdot [A]^e \cdot dt$$
$$\delta n_A^s = D_v \cdot [A]^s \cdot dt$$
$$\delta n_A^r = -V_1 \cdot v \cdot dt \quad v_A = -1$$
$$\delta n_A^r = -k_{app} \cdot V_1 \cdot [A]^s \cdot dt$$

$$D_v \cdot [A]^e = D_v \cdot [A]^s + k_{app} \cdot V_1 \cdot [A]^s$$

$$\text{avec } [A]^s = (1-\alpha) \cdot [A]^e$$

$$D_v = D_v \cdot (1-\alpha) + k_{app} \cdot V_1 \cdot (1-\alpha)$$

$$V_1 = \frac{D_v}{k_{app}} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

$$\text{On obtient } V_1 = \frac{D_v}{k \cdot [OH^-]^e} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

$$V_1 = 3015 \text{ L}$$

**5.**

Bilan de matière sur A dans une couche d'épaisseur dx entre les instants t et t+dt :

$$dn_A(t+dt) = dn_A(t) + \delta^2 n_A^e - \delta^2 n_A^s + d^2 n_A^r$$

$$\text{régime stationnaire : } dn_A(t+dt) = dn_A(t)$$

$$\delta^2 n_A^e = D_v \cdot [A](x) \cdot dt$$

$$\delta n_A^s = D_v \cdot [A](x+dx) \cdot dt$$

$$dn_A^r = -dV \cdot v \cdot dt \quad v_A = -1$$

$$\text{avec } v = k_{app} \cdot [A] \text{ et } dV = S \cdot dx$$

$$\text{On obtient : } 0 = D_v \cdot [A](x) \cdot dt - D_v \cdot [A](x+dx) \cdot dt - k_{app} \cdot S \cdot [A] \cdot dx \cdot dt$$

$$[A](x+dx) = [A](x) + d[A]$$

$$-D_v \cdot d[A] - k_{app} \cdot S \cdot [A] \cdot dx = 0$$

$$d[A]/[A] = -k_{app} \cdot S/D_v \cdot dx$$

On intègre entre l'entrée ( $x = 0$  ;  $[A] = [A]^e$ ) et la sortie ( $x = L$  ;  $[A] = [A]^s$ ) :

$$\ln([A]^s/[A]^e) = -k \cdot S \cdot L/D_v = -k_{app} \cdot V_2/D_v$$

$$[A]^s = (1-\alpha) \cdot [A]^e$$

$$V_2 = -D_v/(k \cdot [OH]^{e-}) \times \ln(1-\alpha)$$

$$V_2 = 476 \text{ L}$$

### Correction Exercice TC6-7 : RPAC avec ou sans refroidissement

1.

Voir le cours pour ré-établir l'équation thermochimique :

$$c.\rho.D_v.(T^s - T^e) + \Delta_r H^\circ . D_v . \alpha . [R]^e = P_{th}$$

de plus  $P_{th} = - h.S.(T^s - T_0)$

$\alpha = 1$

le liquide entrant est pur  $[R]^e = \rho/M$

il vient  $c.\rho.D_v.(T^s - T^e) + \Delta_r H^\circ . D_v . \rho/M = - h.S.(T^s - T_0)$

d'où  $T^s = (c.\rho.D_v.T^e + h.S.T_0 - \Delta_r H^\circ . D_v . \rho/M) / (c.\rho.D_v + h.S)$

Attention aux unités pour l'application numérique !

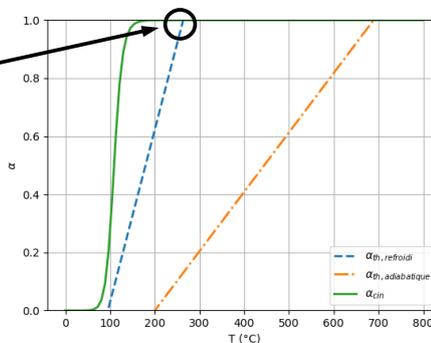
avec  $c = 2,1 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$  ;  $\rho = 900 \text{ g.L}^{-1}$  ;  $D_v = 3 \text{ L.h}^{-1} = 3/3600 \text{ L.s}^{-1}$  ;  $T^e = 200 \text{ }^\circ\text{C} = 473 \text{ K}$

$h = 60 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  ;  $S = 500 \text{ cm}^2 = 500.10^{-4} \text{ m}^2$  ;  $T_0 = 40 \text{ }^\circ\text{C} = 313 \text{ K}$  ;  $\Delta_r H^\circ = - 150.10^3 \text{ J.mol}^{-1}$

$M = 146 \text{ g.mol}^{-1}$

$T^s = 537 \text{ K} = 264 \text{ }^\circ\text{C}$

En accord avec la simulation.



2.

On reprend :  $c.\rho.D_v.(T^s - T^e) + \Delta_r H^\circ . D_v . \rho/M = - h.S.(T^s - T_0)$

$-\Delta_r H^\circ . D_v . \rho/M = h.S.(T^s - T_0) + c.\rho.D_v.(T^s - T^e)$

Physiquement :

$-\Delta_r H^\circ . D_v . \rho/M = 771 \text{ J.s}^{-1}$  : puissance dégagée par la réaction

$h.S.(T^s - T_0) = 672 \text{ J.s}^{-1}$  : puissance évacuée par le système de refroidissement

$c.\rho.D_v.(T^s - T^e) = 101 \text{ J.s}^{-1}$  : puissance ayant réchauffée le réacteur

$r = 672/771 = 0,87$

**87 % de la puissance libérée par la réaction est évacuée par le système de refroidissement, les 13 % restants réchauffent le réacteur.**

3.

Sans le système de refroidissement :  $c.\rho.D_v.(T^s - T^e) + \Delta_r H^\circ . D_v . \rho/M = 0$

$T^s = T^e - (\Delta_r H^\circ . D_v . \rho/M) / (c.\rho.D_v)$

$T^s = 689 \text{ }^\circ\text{C}$

En accord avec la simulation.

**Le système de refroidissement joue son rôle et permet d'abaisser de 425 °C la température du réacteur afin d'éviter tout risque.**

